

LABORATORIO #5

Métodos Iterativos.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En este laboratorio se van a hallar soluciones discretas de la ecuación del calor en estado de equilibrio para una barra uniforme de longitud 1 (leer Lab. 4).

Recordamos que el problema con valores de frontera que modela este fenómeno físico es:

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x), \quad 0 < x < 1, \\ u(0) &= c_0, \\ u(1) &= c_1, \end{aligned} \tag{1}$$

y tomamos $c_0 = c_1 = 0$, $f(x) = x$.

La representación matricial del problema es:

$$A \hat{u} = \hat{f}, \tag{2}$$

donde A es la matriz tridiagonal de orden $(n-1) \times (n-1)$,

$$A = \frac{1}{h^2} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & \cdots \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdots & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

n es un parámetro dado, $h = \frac{1}{n}$, el vector \hat{u} es el vector de incógnitas (la solución buscada) y el vector \hat{f} es la función f evaluada en los puntos internos de la barra, i.e.

$$\hat{f} = \begin{bmatrix} f(x_2) \\ f(x_3) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix}$$

1. Implemente los métodos SOR, Richardson y Refinamiento Iterativo.
2. Calcule la solución exacta de este problema integrando la ecuación (1) y utilizando las condiciones de frontera.

3. Resuelva (2) con los métodos: LU, LU-tridiagonal, SOR, Richardson y Ref. Iterativo, y llene una tabla como la que se muestra a continuación:

Table 1: Comparación Métodos Directos e Iterativos para la Ecuación del Calor

	n	$\ \hat{u} - u_{exac}\ _\infty$	Bytes Total	Tiempo CPU
LU	20			
	50			
	100			
	500			
LU-tridig.	20			
	50			
	100			
	500			
SOR	20			
	50			
	100			
	500			
Richardson	20			
	50			
	100			
	500			
Ref. Iter.	20			
	50			
	100			
	500			

4. Para cada método, comente los resultados según varía n . Compare la memoria utilizada (Bytes Total) y el tiempo utilizado (Tiempo CPU).
5. Para valores fijos de n , comente cómo se comportan los distintos métodos; compárelos entre sí utilizando la memoria utilizada (Bytes Total) y el tiempo utilizado (Tiempo CPU)

Observaciones:

- Para calcular Bytes Total, la última línea de cada uno de sus códigos debe tener escrito el comando: "whos". Utilice la información que MatLab mostrará en pantalla.
- Para calcular Tiempo CPU, la primera línea de cada uno de sus códigos debe ser: "t = cputime;", y la penúltima debe ser: "TiempoCPU=cputime-t;".
- Recuerde que puede siempre utilizar el comando "help" si necesita saber mas información sobre lo que hace cualquier comando de MatLab.